

# Fyzika - prednáška 3

# Ciele

## 1. Kinematika hmotného bodu

1.4 Polohový vektor a rýchlosť HB ako integrál

1.5 Priamočiary pohyb

1.6 Rozklad zrýchlenia na zložky

1.7 Uhlová rýchlosť a uhlové zrýchlenie

# Zopakujte si

- Pri posuvnom pohybe sa všetky body telesa pohybujú **rovnakým spôsobom**.
- Vektor  $\vec{r} = x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k}$  popisuje **polohu** hmotného bodu.
- Vzťah  $\vec{v} = \frac{d\vec{r}}{dt}$  vyjadruje **okamžitú rýchlosť** telesa.
- Okamžitá rýchlosť má vždy smer **dotyčnice** ku trajektórii.
- Okamžité zrýchlenie je dané vzťahom  $\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt}$  a vyjadruje zmenu **rýchlosti** v čase.
- Pri otáčavom pohybe sa všetky body telesa pohybujú po **kružniciach** so spoločným stredom na osi otáčania.

## **Súradnice zrýchlenia**

$$a_x = \frac{dv_x}{dt} \quad a_y = \frac{dv_y}{dt} \quad a_z = \frac{dv_z}{dt}$$

## **Veľkosť zrýchlenia**

$$a = \sqrt{a_x^2 + a_y^2 + a_z^2}$$

# M3: Neurčitý integrál

Integrál → opačná operácia k derivácii

$$\int f(x) dx = F(x) + c$$

## Pravidlá pre integrovanie

integrál zo súčinu konštanty  $k$ , kde  $k$  je reálne číslo, a funkcie  $f(x)$  je

$$\int k f(x) dx = k \int f(x) dx$$

integrál zo súčtu (rozdielu) funkcií  $f(x)$  a  $g(x)$

$$\int (f(x) \pm g(x)) dx = \int f(x) dx \pm \int g(x) dx$$

$$\int dx = x + c \quad c \text{ je integračná konštanta}$$

$$\int x^n dx = \frac{x^{n+1}}{n+1} + c, \text{ pre } n \neq -1$$

# 1.4 Polohový vektor a rýchlosť HB ako integrál

Na **jednoznačný popis pohybu HB pri posuvnom pohybe** potrebujeme 3 veličiny: polohový vektor, rýchlosť, zrýchlenie.

$$\vec{r} = \int \vec{v} dt + \vec{r}_0$$

$$\vec{v} = \int \vec{a} dt + \vec{v}_0$$

# 1.5 Priamočiary pohyb

Trajektória pohybu – **priamka**

Polohový vektor, vektor rýchlosti a zrýchlenia ležia v tej istej priamke

$$v = \frac{ds}{dt}$$

$$s = \int v dt + s_0$$

$$a = \frac{dv}{dt}$$

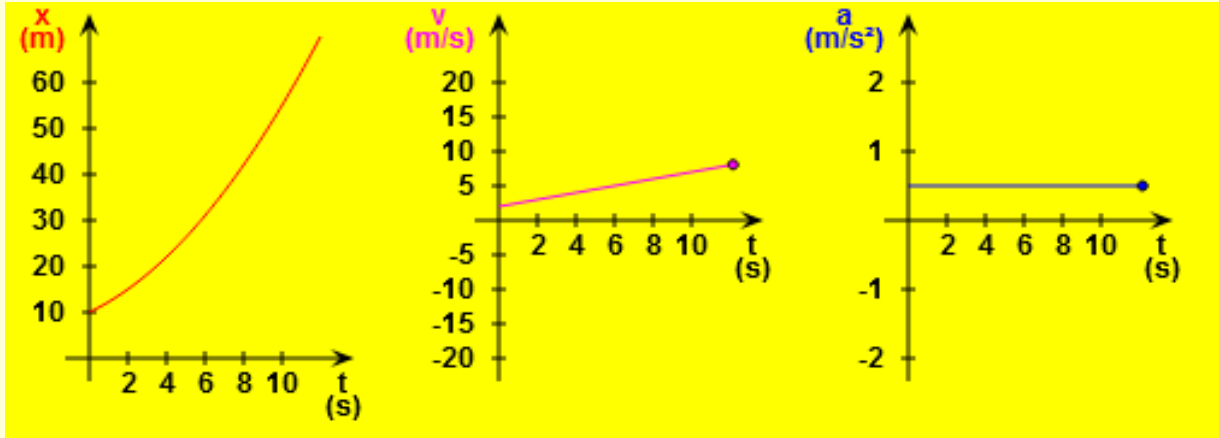
$$v = \int a dt + v_0$$

## 1. Rovnomerne zrýchlený (spomalený) priamočiary pohyb

**Počiatkové podmienky:**  $a = \text{konš.}$ ,  $a > 0$  ( $a < 0$ ),  $v_0 = \text{konš.}$ ,  $s_0 = \text{konš.}$



## Rovnomerne zrýchlený priamočiary pohyb

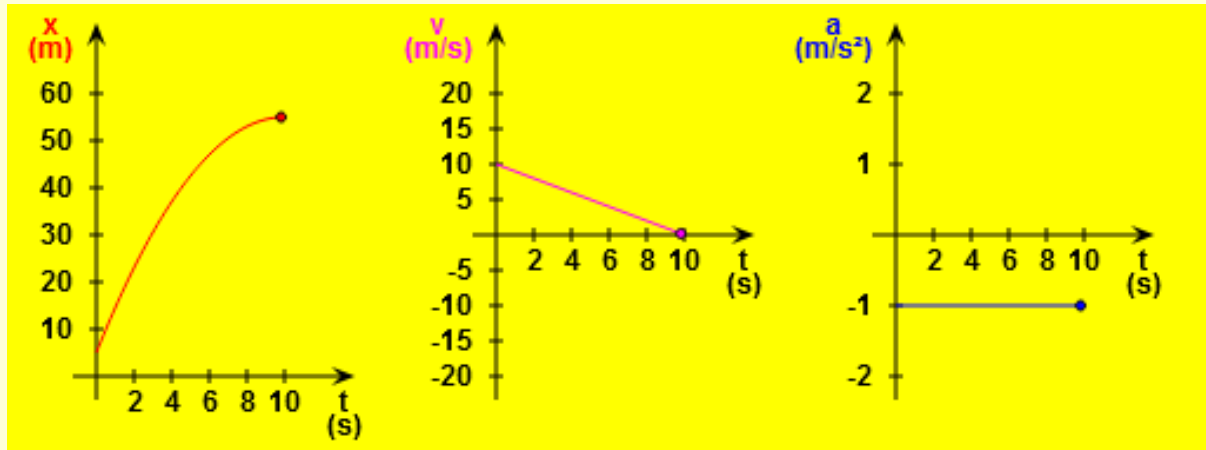


$$a = \text{konš.}, a > 0$$

$$v = v_0 + at$$

$$s = v_0 t + \frac{1}{2} at^2 + s_0$$

## Rovnomerne spomalený priamočiary pohyb



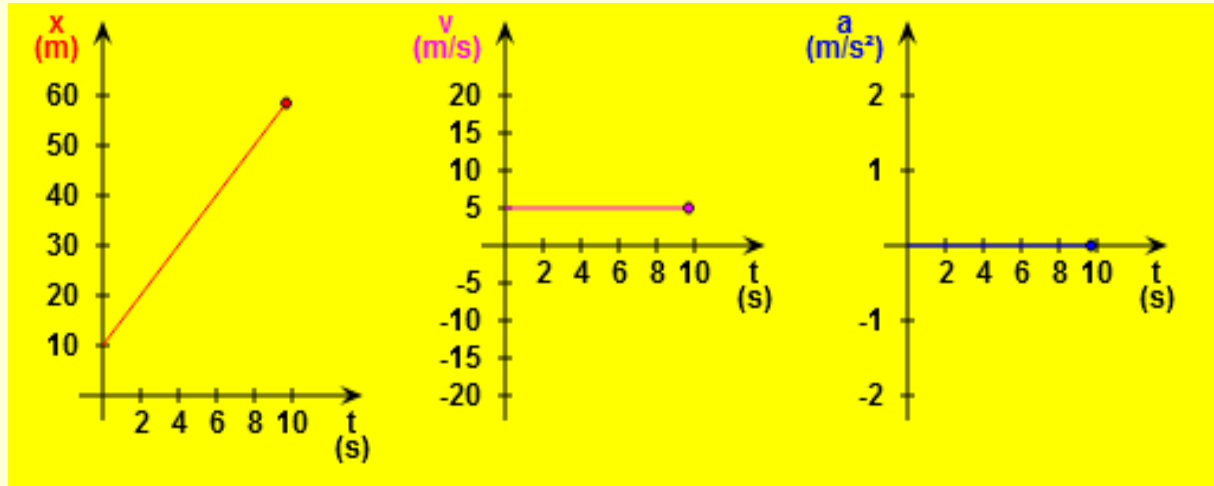
$$a = \text{konš.}, a < 0$$

$$v = v_0 - at$$

$$s = v_0 t - \frac{1}{2} at^2 + s_0$$

## 2. Rovnomerný priamočiary pohyb

**Počiatkové podmienky:**  $a = 0$ ,  $v_0 = \text{konš.}$ ,  $s_0 = \text{konš.}$



$$a = 0$$

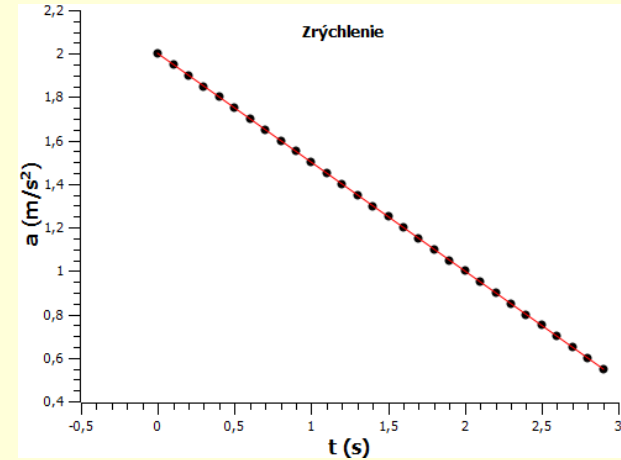
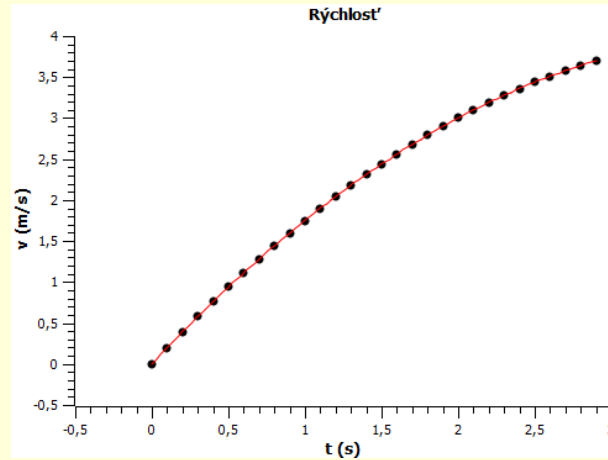
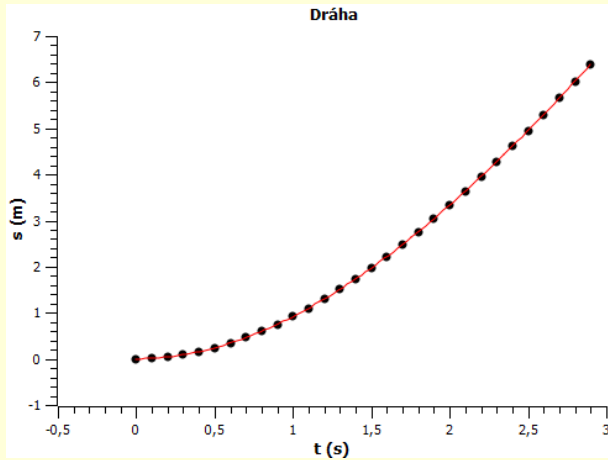
$$v = v_0 = \text{konš.}$$

$$s = vt + s_0$$

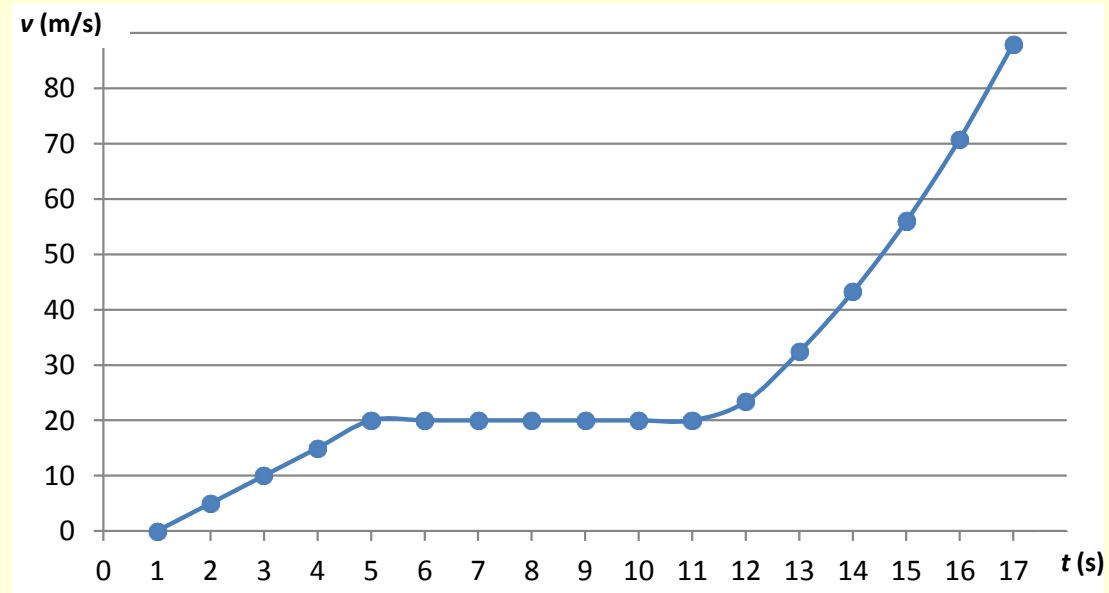
### 3. Nerovnomerne zrýchlený (spomalený) priamočiary pohyb

**Počiatkové podmienky:**  $a = f(t)$ ,  $v_0 = \text{konš.}$ ,  $s_0 = \text{konš.}$

Pr:  $a = a_0 - kt$ ,  $(a = 2 - 0,5t)$



**KONTROLKA:** Pomocou grafickej závislosti rýchlosti častice od času určte, aké pohyby vykonáva častica počas svojho pohybu.



## 1.6 Rozklad zrýchlenia na zložky

**Tangenciálne zrýchlenie** – smer dotyčnice, vyjadruje zmenu veľkosti rýchlosti.

**Veľkosť** – derivácie veľkosti rýchlosti podľa času.

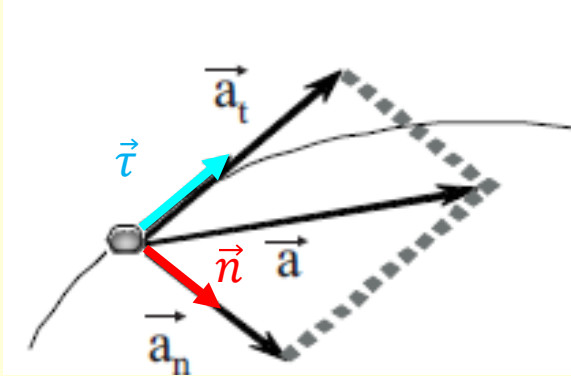
$$\vec{a}_t = \frac{dv}{dt} \vec{\tau}$$

**Normálové zrýchlenie** – smer normály, vyjadruje zmenu smeru rýchlosti.

**Veľkosť** – podiel druhej mocniny veľkosti rýchlosti a polomeru krivosti.

$$\vec{a}_n = v \frac{d\vec{\tau}}{dt}$$

## Celkové zrýchlenie - vektorový súčet tangenciálneho a normálového zrýchlenia



$$\vec{a} = \vec{a}_t + \vec{a}_n$$

**Veľkosť:**

$$a = \sqrt{a_t^2 + a_n^2}$$

KONTROLKA: Pri ktorom pohybe je normálové zrýchlenie nulové

a) pri priamočiarnom pohybe s konštantnou rýchlosťou,

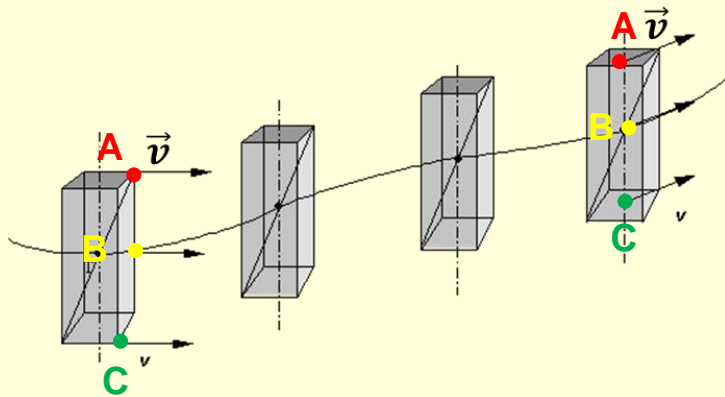
b) pri otáčavom pohybe po kružnici s konštantnou rýchlosťou,

c) pri pohybe po elipse.



# 1.7 Uhlová rýchlosť a uhlové zrýchlenie

## Posuvný pohyb

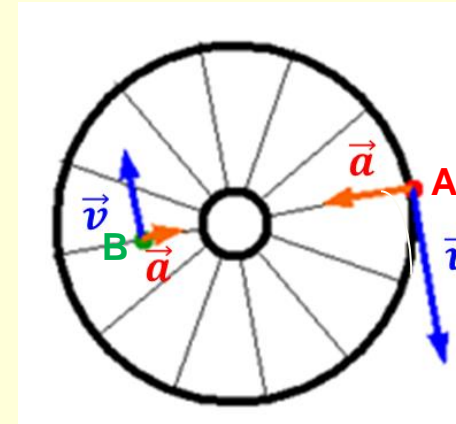


$$s_A = s_B$$

$$v_A = v_B$$

$$a_A = a_B$$

## Otáčavý pohyb



$$s_A \neq s_B$$

$$v_A \neq v_B$$

$$a_A \neq a_B$$

Na **jednoznačný popis pohybu HB pri otáčavom pohybe** potrebujeme 3 veličiny: polohový uhol, uhlová rýchlosť, uhlové zrýchlenie.

**Posuvný pohyb**

**Otáčavý pohyb**

popis polohy HB

zmena polohy

zmena rýchlosti

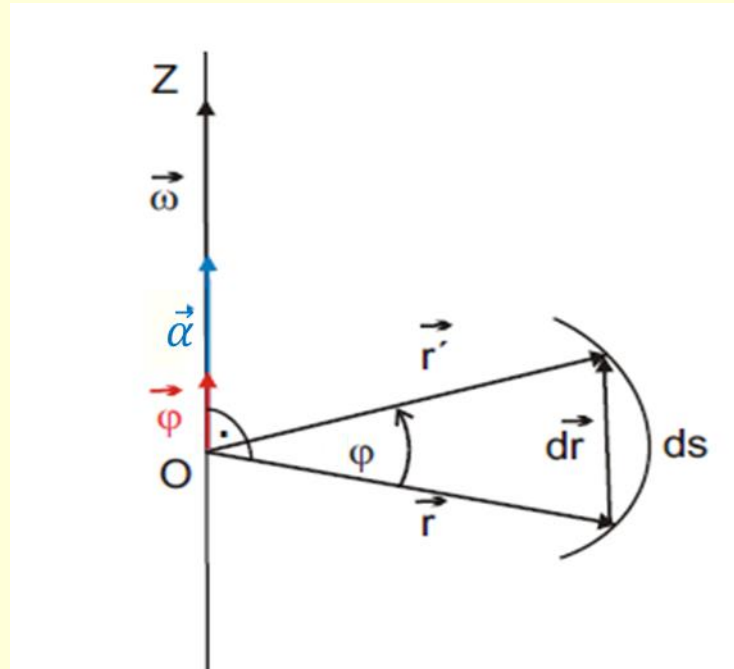
**uhlová rýchlosť** – prvá derivácia polohového uhla podľa času

$$\vec{\omega} = \frac{d\vec{\varphi}}{dt}$$

**uhlové zrýchlenie** - sa rovná prvej derivácii uhlovej rýchlosti podľa času alebo druhej derivácii polohového uhla podľa času

$$\vec{\alpha} = \frac{d\vec{\omega}}{dt}$$

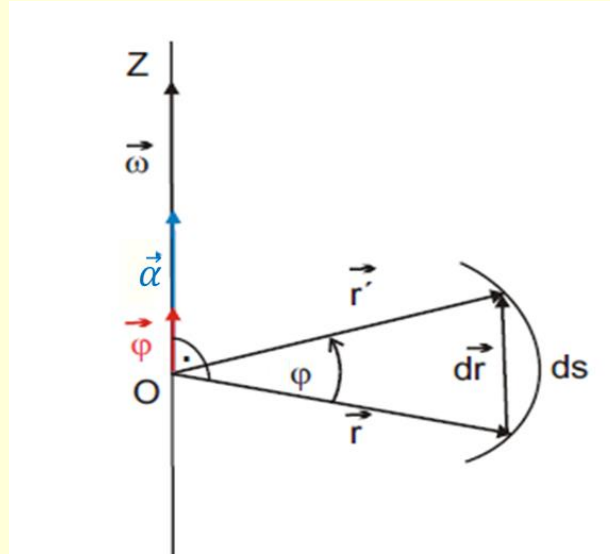
**Jednotky**       $(\omega) = \text{s}^{-1}$ ,  $(\alpha) = \text{s}^{-2}$ ,  $(\varphi) = \text{rad}$



Vektory polohového uhla, uhlovej rýchlosti a uhlového zrýchlenia sú kolmé na rovinu, v ktorej sa teleso otáča, určujú smer osi otáčania a nie smer pohybu.

**Vo všeobecnosti** môžu tieto vektory meniť svoj smer, neležia na jednej priamke (os otáčania) – pohyb okolo pohyblivej osi, pohyb v priestore.

V prípade **otáčavého pohybu v rovine** vektory polohového uhla, uhlovej rýchlosti a vektor uhlového zrýchlenia ležia na jednej priamke, platia skalárne rovnice (definované veličiny sú bez šípok - vektorov).



$$\omega = \frac{d\varphi}{dt}$$

$$\alpha = \frac{d\omega}{dt}$$

# Čo sme sa naučili

Vyjadriť súradnice a veľkosť okamžitého zrýchlenia.

Odvodiť vzťah pre polohový vektor a rýchlosť v tvare integrálu.

Pomocou známych počiatočných podmienok pre **priamočiary pohyb** odvodiť rýchlosť, zrýchlenie a dráhu pomocou derivácie a integrálu.

Odvodiť vzťahy pre rýchlosť, zrýchlenie a dráhu **rovnomerného zrýchleného (spomaleného) pohybu** a matematicky zapísať vzťahy pre rýchlosť, zrýchlenie a dráhu pre **rovnomerný priamočiary pohyb**. Graficky zobrazíť závislosť dráhy, zrýchlenia a rýchlosti od času pre uvedené pohyby. Charakterizovať **nerovnomerne zrýchlený (spomalený) priamočiary pohyb**.

Rozložiť zrýchlenie na zložky a vyjadriť **tangenciálne** a **normálové zrýchlenie**.

Vyjadriť **celkové zrýchlenie** pomocou jeho zložiek.

Definovať **uhlovú rýchlosť** a **uhlové zrýchlenie**.

Vyjadriť **uhlovú rýchlosť** a **uhlové zrýchlenie** pre otáčavý pohyb v rovine.