

5 Mechanické kmity a vlny

Netlmený kmitavý pohyb

Úloha 5.1 ★★

Ak na pružinu pôsobíme silou 1 N, predĺži sa o 2 cm. Vypočítajte frekvenciu netlmeného harmonického pohybu závažia hmotnosti 0,1 kg zaveseného na tejto pružine.

$$[f = 3,56 \text{ s}^{-1}]$$

Úloha 5.2 ★★

Vypočítajte dobu kmitu T netlmeného harmonického kmitavého pohybu častice hmotnosti $m = 10 \text{ g}$, ak sila udržiavajúca časticu v tomto pohybe má pri výchylke $x = 3 \text{ cm}$ hodnotu $F = 0,05 \text{ N}$.

$$[T = 0,486 \text{ s}]$$

Úloha 5.3 ★★

Vypočítajte periódu harmonického kmitavého pohybu telesa s hmotnosťou 5 kg, ak sila udržiavajúca hmotný bod v tomto pohybe má pri výchylke 0,3 m hodnotu 25 N.

$$[T = 1,54 \text{ s}]$$

Úloha 5.4 ★★

Nájdite maximálnu hodnotu sily, účinkom ktorej teleso hmotnosti 0,5 g vykonáva harmonický kmitavý pohyb opísaný rovnicou $x = 10 \sin(200\pi t)$ (m).

$$[F_{\max} = 1971,92 \text{ N}]$$

Úloha 5.5 ★★

Závažie hmotnosti 2 kg zavesené na pružine vykonáva harmonický kmitavý pohyb s amplitúdou 0,5 m. Pri maximálnej výchylke je pružina napínaná silou 100 N. Akú dĺžku by malo mať matematické kyvadlo, aby kmitalo s rovnakou periódou?

$$[l = 0,0981 \text{ m}]$$

Úloha 5.6 ★★

Na doske leží závažie hmotnosti $m = 2 \text{ kg}$. Doska koná harmonický pohyb v zvislom smere s dobou kmitu $T = 0,5 \text{ s}$ a amplitúdou $A = 3 \text{ cm}$. Vyjadrite silu, ktorou závažie tlačí na dosku a vypočítajte maximálnu hodnotu tejto sily.

$$[F_{\max} = 29,09 \text{ N}]$$

Úloha 5.7 ★★

Teleso hmotnosti 5 g vykonáva harmonický kmitavý pohyb opísaný rovnicou $x = 4 \sin\left(\frac{2\pi}{8}t + 2\right)$ (cm). Určte amplitúdu, uhlovú frekvenciu, periódu, fázovú konštantu, maximálnu rýchlosť, maximálne zrýchlenie a celkovú energiu telesa pri tomto kmitavom pohybe.

$$[A = 0,04 \text{ m}, \omega = 0,785 \text{ s}^{-1}, T = 8 \text{ s}, \varphi = 2, v_{\max} = 0,031 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}, a_{\max} = 0,0246 \text{ m}\cdot\text{s}^{-2}, E = 2,46 \cdot 10^{-6} \text{ J}]$$

Úloha 5.8 ★★

Teleso vykonáva harmonický kmitavý pohyb opísaný rovnicou $x = A \sin(\omega t + \varphi)$ s frekvenciou 150 kmitov za minútu. Vypočítajte fázovú konštantu tohto pohybu, ak teleso dosiahlo amplitúdu výchylky po uplynutí 0,3 s od začiatku pohybu.

$$[\varphi_0 = -\pi]$$

Úloha 5.9 ★★★

Teleso vykonáva netlmený harmonický pohyb s amplitúdou $A = 10$ cm, periódou $T = 12$ s a počiatočnou fázou $\varphi = 0^\circ$. Vypočítajte rýchlosť tohto telesa v okamihu, keď jeho okamžitá výchylka je 5 cm.

$$[v_1 = 0,045 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}]$$

Úloha 5.10 ★★★

Pružina má tuhosť 150 N/cm. Teleso zavesené na pružine vykonáva netlmený harmonický kmitavý pohyb s amplitúdou je $A = 25$ cm a rýchlosťou, ktorá má pri prechode rovnovážnou polohou veľkosť $v_1 = 12 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$. Vypočítajte hmotnosť telesa.

$$[m = 6,51 \text{ kg}]$$

Úloha 5.11 ★★★

Závažie zavesené na pružine vykonáva netlmený harmonický kmitavý pohyb s amplitúdou 4 cm. Akú má frekvenciu jeho pohybu, ak jeho maximálna rýchlosť je $0,0314 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$.

$$[f = 0,125 \text{ s}^{-1}]$$

Úloha 5.12 ★★★

Vypočítajte rýchlosť a zrýchlenie harmonického kmitavého pohybu, ktorý je opísaný rovnicou $x = A \sin(\omega t)$, v čase $t = T/4$.

$$[v = 0, a = -A\omega^2]$$

Úloha 5.13 ★★★

Stred struny kmitá s frekvenciou 20 Hz s maximálnym zrýchlením $47 \text{ m}\cdot\text{s}^{-2}$. Vypočítajte amplitúdu výchylky netlmeného kmitavého pohybu struny.

$$[A = 3 \text{ mm}]$$

Úloha 5.14 ★★★

Vypočítajte amplitúdu a fázovú konštantu netlmeného harmonického kmitavého pohybu hmotného bodu po priamke, ak sa hmotný bod v čase $t_0 = 0$ s vyznačoval výchylkou $x_0 = 5$ cm a rýchlosťou $v_0 = 20 \text{ cm}\cdot\text{s}^{-1}$. Frekvencia pohybu je $f = 1 \text{ s}^{-1}$.

$$[A = 0,059 \text{ m}, \varphi = 57,5^\circ]$$

Úloha 5.15 ★★★

Hmotný bod sa pri svojom netlmenom harmonickom pohybe vyznačuje v čase $t = 1$ s rýchlosťou $20 \text{ cm}\cdot\text{s}^{-1}$ a zrýchlením $80 \text{ cm}\cdot\text{s}^{-2}$. Frekvencia pohybu je $0,6 \text{ s}^{-1}$. Vypočítajte amplitúdu a fázovú konštantu tohto pohybu.

$$[A = 7,73 \text{ cm}, \varphi = -0,94\pi]$$

Úloha 5.16 ★★★

Častica harmonicky kmitá medzi polohami $x_1 = 5$ cm a $x_2 = 12$ cm, veľkosť maximálnej rýchlosti je $4,5 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$. Vypočítajte frekvenciu a veľkosť maximálneho zrýchlenia častice.

$$[f = 20,5 \text{ s}^{-1}, a_{\max} = 580 \text{ m}\cdot\text{s}^{-2}]$$

Úloha 5.17 ★★★

Doba kmitu netlmeného harmonického kmitavého pohybu je T . Vypočítajte v akom čase bude rýchlosť bodu rovná polovici jeho maximálnej rýchlosti. Riešte úlohu pri týchto počiatočných podmienkach: v čase $t = 0$ je výchylka z rovnovážnej polohy $x = A$ a rýchlosť $v = 0$.

$$[t = T/12]$$

Úloha 5.18 ★★

Aká je frekvencia netlmeného harmonického kmitavého pohybu častice hmotnosti 2 g, ak amplitúda je 10 cm a celková energia je 1 J?

$$[f = 50,33 \text{ s}^{-1}]$$

Úloha 5.19 ★★

Amplitúda netlmeného harmonického pohybu častice je $A = 0,02$ m, celková mechanická energia pohybu $E = 3 \cdot 10^{-7}$ J. Pri akej výchylke pôsobí na časticu sila $F = 2,25 \cdot 10^{-5}$ N?

$$[x = 0,015 \text{ m}]$$

Úloha 5.20 ★★

Celková energia harmonického oscilátora je $3 \cdot 10^{-5}$ J. Veľkosť maximálnej sily, ktorá naň pôsobí je $1,5 \cdot 10^{-3}$ N. Napíšte rovnicu okamžitej výchylky, ak periódu pohybu je $T = 2$ s fázová konštanta $\varphi = 60^\circ$.

$$\left[x = 0,04 \sin\left(\pi t + \frac{\pi}{3}\right) (\text{m}) \right]$$

Úloha 5.21 ★★★

Amplitúda kmitov netlmeného harmonického oscilátora s hmotnosťou $m = 15$ g je $A = 15$ cm a jeho celková energia je $E = 1$ J. Vyjadrite výchylku oscilátora ako funkciu času a vypočítajte rýchlosť oscilátora v čase $t_1 = 10$ s, ak fázová konštanta je $\varphi = 60^\circ$.

$$\left[x = 0,15 \sin\left(76,98t + \frac{\pi}{3}\right), v_1 = -4,64 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1} \right]$$

Úloha 5.22 ★★★

Hmotný bod koná harmonický pohyb určený rovnicou $x = 4 \sin(6\pi t)$ (cm). V akom čase je jeho kinetická energia trikrát väčšia ako potenciálna energia?

$$[t = 0,028 \text{ s}]$$

Úloha 5.23 ★★★

Aký je pomer potenciálnej a kinetickej energie harmonicky kmitajúcej častice v čase $t = T/8$? Riešte úlohu pri týchto počiatočných podmienkach: v čase $t_0 = 0$ s je výchylka z rovnovážnej polohy $x_0 = A$ a rýchlosť $v_0 = 0$.

$$\left[\frac{E_p}{E_k} = 1 \right]$$

Úloha 5.24 ★★★

Akú časť celkovej energie netlmeného lineárneho harmonického oscilátora tvorí kinetická energia v čase $t = T/3$, keď fázová konštanta je $\pi/6$?

$$[75\%]$$

Tlmený kmitavý pohyb

Úloha 5.25 ★★★★★

Amplitúda tlmeného harmonického kmitavého pohybu telesa klesla po 50 kmitoch na desatinu. Aký je logaritmický dekrement útlmu tohto pohybu?

$$[\delta = 0,046]$$

Úloha 5.26 ★★★★★

Po piatich za sebou idúcich maximálnych výchylkách hmotného bodu na tú istú stranu klesla amplitúda jeho tlmeného harmonického pohybu na polovicu. Doba kmitu je 0,5 s. Určte koeficient útlmu a periódu netlmených harmonických kmitov, ktoré by prebiehali za inak rovnakých podmienok.

$$[b = 0,277 \text{ s}^{-1}, T_1 = 0,499 \text{ s}]$$

Úloha 5.27 ★★★★★

Pri tlmenom harmonickom kmitavom pohybe sa po dvoch za sebou idúcich výchylkách hmotného bodu na tú istú stranu amplitúda kmitov zmenšila o $6/10$, doba kmitu je 0,5 s. Určte koeficient útlmu b a frekvenciu netlmených kmitov, ktoré by prebiehali za inak rovnakých podmienok.

$$[b = 1,83 \text{ s}^{-1}, f = 2,02 \text{ s}^{-1}]$$

Úloha 5.28 ★★★★★

Logaritmický dekrement útlmu tlmených harmonických kmitov je 0,02. Koľkokrát sa zmenší amplitúda po 100 kmitoch?

$$[\text{amplitúda sa zmenší } 7,4 - \text{ krát}]$$

Úloha 5.29 ★★★★★

Vypočítajte koeficient útlmu a útlm, ak frekvencia tlmených harmonických kmitov je 3 s^{-1} a frekvencia netlmených harmonických kmitov je $3,5 \text{ s}^{-1}$ za tých istých podmienok.

$$[\lambda = 43,24, b = 11,32 \text{ s}^{-1}]$$

Úloha 5.30 ★★★★★

Logaritmický dekrement útlmu tlmeného harmonického pohybu hmotného bodu je 0,04. Za 10 s takéhoto pohybu stratí hmotný bod 20% svojej energie. Aká je doba kmitu a koeficient útlmu?

$$[T_1 = 3,6 \text{ s}, b = 0,011 \text{ s}^{-1}]$$

Úloha 5.31 ★★★★★

Aký je logaritmický dekrement útlmu tlmeného harmonického kmitavého pohybu častice, ak za 10 s stratí 50% svojej energie a doba kmitu je 2 s?

$$[\delta = 0,0693]$$

Úloha 5.32 ★★★★★

Aký je logaritmický dekrement tlmených harmonických kmitov oscilátora, keď za 10 s svojho pohybu stratí 60 % svojej energie a doba kmitu je 2 s?

$$[\delta = 0,092]$$

Skladanie kmitov

Úloha 5.33 ★★★★★

Aký výsledný pohyb vznikne skladaním dvoch rovnobežných harmonických kmitov

- s rovnakými uhlovými frekvenciami, amplitúdami $A_1 = 0,01$ m, $A_2 = 0,1$ m a fázovými konštantami $\varphi_1 = 30^\circ$, $\varphi_2 = 60^\circ$?
- s rovnakými amplitúdami $A_1 = A_2 = 0,1$ m a kruhovými frekvenciami $\omega_1 = 99$ Hz, $\omega_2 = 100$ Hz?

$$[a) x = 10,9 \sin(\omega t + 57^\circ) \text{ cm, b) } f = 0,159 \text{ Hz}]$$

Úloha 5.34 ★★★★★

Nájdite amplitúdu a fázovú konštantu výsledného harmonického pohybu, ktorý vznikne zložením dvoch rovnobežných harmonických pohybov, ktorých amplitúdy sú rovnaké a rovné 3 cm, fázové konštanty majú $\varphi_1 = 60^\circ$, $\varphi_2 = 30^\circ$ a frekvencie sú tiež rovnaké.

$$[A = 5,79 \text{ cm, } \varphi = 45^\circ]$$

Úloha 5.35 ★★

Dva harmonické kmitavé pohyby blízkyh frekvencií sa skladajú do výsledného pohybu, ktorý sa vyznačuje 5 rázmi za sekundu. Aká je frekvencia druhého z týchto pohybov, keď prvý sa vyznačuje frekvenciou 40 Hz ?

$$[f_2 = 45 \text{ Hz, } 35 \text{ Hz}]$$

Úloha 5.36 ★★★★★

Dva rovnobežné kmitavé pohyby rovnakej amplitúdy, rovnakej fázovej konštanty a blízkyh periód $T_1 = 3$ s, $T_2 = 3,1$ s sa skladajú do výsledného pohybu. Nájdite periódu výsledného kmitavého pohybu a periódu rázov.

$$[T = 3,05 \text{ s, } T_r = 93 \text{ s}]$$

Úloha 5.37 ★★★★★

Nájdite dráhu výsledného pohybu, ktorý vznikne pri skladaní dvoch navzájom kolmých harmonických kmitavých pohybov

- s amplitúdami $A_1 = 5$ cm, $A_2 = 3$ cm a fázovým rozdielom 0° ,
- s amplitúdami $A_1 = 5$ cm, $A_2 = 3$ cm a fázovým rozdielom π ,
- s amplitúdami $A_1 = 5$ cm, $A_2 = 3$ cm a fázovým rozdielom $\pi/2$,
- s rovnakými amplitúdami $A_1 = A_2 = 5$ cm, fázovým rozdielom $\pi/2$.

$$[a) y = 2x, b) y = -2x, c) \frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{100} = 1, d) x^2 + y^2 = 25]$$