

2 Chyby a neistoty merania, zápis výsledku merania

Akej chyby sa môžeme dopustiť pri meraní na stopkách?

Ako určíme ich presnosť?



Základné pojmy:

chyba merania, hrubé chyby, systematické chyby, náhodné chyby, absolútna chyba merania, relatívna chyba merania, neistota merania, absolútna štandardná neistota, relatívna štandardná neistota, maximálna dovolená odchýlka meracieho zariadenia, trieda presnosti, rozšírená neistota

Úlohou merania je nielen určiť hodnotu meranej veličiny, ale tiež odhadnúť chybu merania a neistotu, ktorej sa dopustíme pri meraní. V tejto časti sa sústreďíme na definovanie chyby merania z hľadiska fyziky, rozdelíme chyby podľa pôvodu ich vzniku. Vysvetlíme, čo rozumieme pod pojmom neistota a ukážeme ako sa líši od chyby merania. V závere zavedieme pravidlá pre správne zaokrúhľovanie nameraných veličín, chýb a neistôt a ukážeme ako správne zapísať výsledok merania.

2.1 Chyby merania, relatívna a absolútna chyba

V predchádzajúcej kapitole sme sa dozvedeli, ako je definované meranie z hľadiska fyziky a čo rozumieme pod pojmom metóda merania. Presnosť merania ovplyvňuje chyba merania, preto je dôležité vedieť ako je chyba merania daná, kedy sa dopúšťame chyby merania a ako je možné ju eliminovať.



Pod **chybou** merania rozumieme rozdiel medzi nameranou hodnotou a skutočnou (pravou) hodnotou meranej veličiny.

Skutočná hodnota veličiny je ideálny pojem, jej hodnota nie je presne známa. Preto sa zavádza tzv. *konvenčne pravá hodnota* x_p , ktorá predstavuje hodnotu veličiny dostatočne blízku ku skutočnej hodnote. Za konvenčne pravú hodnotu môžeme pokladať tabuľkovú hodnotu alebo výberový priemer meranej veličiny (napr.: tabuľková hodnota Boltzmanovej konštanty je $k_{\text{tab}} = 1,38 \cdot 10^{-23} \text{ J/K}$).

Zdrojom chýb pri meraniach môžu byť nedokonalosti meracích prístrojov, nevhodnosť zvolených meracích metód, nekontrolovateľné zmeny podmienok, ako aj chyby experimentátora.

Podľa pôvodu delíme chyby:

a) Hrubé chyby - vznikajú nedbalosťou experimentátora, napr. chybným odčítaním údajov z prístroja. Ich výskyt môžeme zistiť pri opakovaných meraniach. Ak sa v súbore nameraných veličín jedna z nich výrazne líši od ostatných, môžeme predpokladať, že táto veličina je zaťažená hrubou chybou a *pri spracovaní ju neberieme do úvahy*.

Príklad 1: Zistite, ktorá hodnota dĺžky zo súboru odmeraných hodnôt je zaťažená hrubou chybou. Súbor odmeraných dĺžok: $l_1 = 2 \text{ m}$, $l_2 = 2,05 \text{ m}$, $l_3 = 2,3 \text{ m}$, $l_4 = 2,01 \text{ m}$, $l_5 = 2,02 \text{ m}$, $l_6 = 2,01 \text{ m}$, $l_7 = 2,02 \text{ m}$, $l_8 = 2 \text{ m}$, $l_9 = 2,04 \text{ m}$, $l_{10} = 2,03 \text{ m}$.

Výrazne sa líši hodnota $l_3 = 2,3 \text{ m}$. **Tretia odmeraná hodnota dĺžky je zaťažená hrubou chybou**, preto ju nebudeme pri spracovaní hodnôt brať do úvahy a budeme vyhodnocovať len zvyšných deväť nameraných hodnôt.

b) Systematické (sústavné chyby) - majú pôvod v použitej metóde merania, v meracích prístrojoch alebo v osobe experimentátora (tzv. osobná chyba – napr. zotrvačnosť pri stlačení

stopiek). Sústavné chyby sa líšia od hrubých chýb tým, že výsledok merania je buď stále väčší alebo stále menší ako správna hodnota preto nie sú jednoducho identifikovateľné.

Napríklad: Pri určovaní tiažového zrýchlenia pre Košice ($g_{tab} = 9,80916 \text{ m/s}^2$) odmeriame súbor hodnôt $g_1 = 9,818 \text{ m/s}^2$, $g_2 = 9,821 \text{ m/s}^2$, $g_3 = 9,819 \text{ m/s}^2$, $g_4 = 9,820 \text{ m/s}^2$, $g_5 = 9,818 \text{ m/s}^2$, ktoré sú o niečo väčšie ako je tabuľková hodnota tiažového zrýchlenia.

c) Náhodné chyby – tieto chyby vznikajú náhodne vplyvom prostredia (napr. zmena teploty v laboratóriu, prúdenie vzduchu) alebo prebiehajúcich dejov v prístrojoch (napr. trenie), ktoré limitujú ich presnosť. Pri týchto chybách nevieme predpokladať, kedy nastanú. Napriek tomu náhodnosť dejov, ktoré spôsobujú tieto chyby, sa dá matematicky opísať pomocou matematickej štatistiky a teórie pravdepodobnosti ako to ukážeme v časti 2.2.

Pri spracovaní nameraných hodnôt budeme vyhodnocovať presnosť merania pomocou absolútnej a relatívnej chyby.

Pod **absolútnou chybou merania** rozumieme rozdiel medzi výsledkom merania x_e a konvenčne pravou hodnotou meranej veličiny x_p .

Jej matematický zápis

$$\Delta x = x_e - x_p. \quad (2.1)$$

Jednotka absolútnej chyby merania je taká istá ako jednotka meranej veličiny. Absolútna chyba môže nadobúdať aj záporné hodnoty.

Napríklad: $\Delta l = 0,02 \text{ m}$, $\Delta C = -0,11 \mu\text{F}$, $\Delta \sigma = -1,2702 \cdot 10^{-8} \text{ Wm}^{-2}\text{K}^{-4}$

Relatívna chyba merania je definovaná ako podiel absolútnej hodnoty absolútnej chyby merania a konvenčne pravej hodnoty meranej veličiny.

Relatívna chyba predstavuje kladnú číselnú hodnotu, často sa udáva v percentách, jej matematické vyjadrenie je

$$\delta_x = \frac{|\Delta x|}{x_p} = \frac{|x_e - x_p|}{x_p} \quad (2.2), \quad \delta_{x\%} = \frac{|\Delta x|}{x_p} 100\% = \frac{|x_e - x_p|}{x_p} 100\% . \quad (2.3)$$

Příklad 2: Vypočítajte absolútnu a relatívnu chybu merania tiažového zrýchlenia, ak hodnota tiažového zrýchlenia určená meraním je $g_e = 9,828845 \text{ m/s}^2$ a tabuľková hodnota tiažového zrýchlenia $g_{tab} = 9,80916 \text{ m/s}^2$.

Pri výpočte absolútnej chyby využijeme vzťah (2.1), kde za x_e dosadíme hodnotu tiažového zrýchlenia získanú meraním $g_e = 9,828845 \text{ m/s}^2$. V našom prípade konvenčne pravú hodnotu x_p predstavuje tabuľková hodnota tiažového zrýchlenia $g_{tab} = g_p = 9,80916 \text{ m/s}^2$.

Potom absolútna chyba

$$\Delta g = g_e - g_p = 9,828845 - 9,80916 = 0,019685 \text{ m/s}^2.$$

Relatívnu chybu vypočítame pomocou vzťahu (2.3)

$$\delta_{g\%} = \frac{|g_e - g_p|}{g_p} 100\% = \frac{|9,828845 - 9,80916|}{9,80916} 100\% = 0,2006\% .$$

Absolútna chyba merania tiažového zrýchlenia je $0,019685 \text{ m/s}^2$ a relatívna chyba je $0,2006\%$. (Vypočítané hodnoty nie sú zatiaľ zaokrúhlené podľa pravidiel pre zaokrúhľovanie, viac v časti 2.4).



Preskúšajte sa – 2.1

- Rozhodnite, či pri nasledujúcich meraniach bolo meranie zaťažené hrubou alebo systematickou chybou:
 - súbor odmeraných hodnôt doby kmitu fyzikálneho kyvadla:
1,183 s; 1,182 s; 1,185 s; 1,3 s; 1,184 s; 1,182 s; 1,185 s; 1,182 s; 1,184 s; 1,183 s.
 - súbor hodnôt odmeranej molárnej plynovej konštanty ($R_{\text{tab}} = 8,314 \text{ J/K}$):
8,297 J/K; 8,301 J/K; 8,298 J/K; 8,300 J/K; 8,299 J/K; 8,301 J/K; 8,298 J/K.
 - súbor hodnôt priemeru guľôčky:
1,139 cm; 1,137 cm; 1,5 cm; 1,138 cm; 1,136 cm; 1,136 cm; 1,137 cm; 1,46 cm.
 - Hmotnosť hliníkového valčeka bola určená ako súbor hodnôt:
 $m_1 = 9,87 \text{ g}$, $m_2 = 9,89 \text{ g}$, $m_3 = 9,87 \text{ g}$, $m_4 = 9,88 \text{ g}$, $m_5 = 9,88 \text{ g}$, $m_6 = 9,89 \text{ g}$,
 $m_7 = 9,87 \text{ g}$, $m_8 = 9,88 \text{ g}$, $m_9 = 9,89 \text{ g}$, $m_{10} = 9,88 \text{ g}$.
 - Určte konvenčne pravú hodnotu hmotnosti valčeka.
 - Vypočítajte absolútnu a relatívnu chybu merania.
 - Absolútna chyba momentu zotrvačnosti obdĺžnikovej dosky je $-1,584 \cdot 10^{-3} \text{ kg} \cdot \text{m}^2$. Vypočítajte relatívnu chybu momentu zotrvačnosti, ak konvenčne pravá hodnota momentu zotrvačnosti je $I_p = 0,011052 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$.
 - Vypočítajte absolútnu chybu merania Planckovej konštanty, ak relatívna chyba merania bola 13,2 % a tabuľková hodnota Planckovej konštanty je $h_{\text{tab}} = 6,626 \cdot 10^{-34} \text{ Js}$. Aká je hodnota odmeranej hodnoty Planckovej konštanty?
 - Vyberte správny zápis relatívnej a absolútnej chyby tiažového zrýchlenia
 - $\Delta g = -0,03 \text{ m/s}^2$,
 - $\Delta g = -0,08$,
 - $\delta_{g\%} = 0,53 \%$,
 - $\delta_{g\%} = 354,2 \%$,
 - $\Delta g = 0,0284 \text{ m/s}$,
 - $\delta_{g\%} = -0,3 \%$.
-
-